



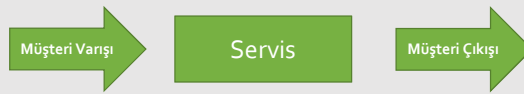
Benzetim

-4-

Kesikli Olay Benzetimi

- Kesikli olay benzetimi, durum değişkenlerinin zaman içinde belirli noktalarda değiştii sistemlerin modellenmesi ile ilgilendir. Sistemin zamana göre benzetimidir. Zaman içinde kesikli noktalarda bir olay ortaya çıkar ve sistemin durumunu değiştirir

Örnek : Tek servisli kuyruk sistemi



- Bu sistemin özellikleri;

- Bir varış kanalı
- Bir servis imkanı
- FIFO ilk gelen ilk servis
- Servis meşgul ise, müşteri kuyrukta bekler
- Varışlararası zaman ve servis süreleri bilgisayarda belirlenen dağılımlardan üretilir.
- Varışlararası zamanlar stokastik
- Servis zamanları stokastik
- İş veya müşteri servisleri bittiği an sistemden çıkar
- Bir servis tamamlandığında en yakın müşteri servise alınır.

Kesikli Olay Benzetimi

- Bu sistemde performans ölçüleri:

- Müşterilerin kuyrukta ortalama bekleme zamanı

$$\left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{bekleme zamanı} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{başlama zamanı} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{varış zamanı} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{kuyrukta ortalama} \\ \text{bekleme zamanı} \end{array} \right\} = \frac{\sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{bekleme zamanı} \end{array} \right\}}{n}$$

- Müşterilerin sistemde ortalama bekleme zamanı

$$\left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{bekleme zamanı} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{bitiş zamanı} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{varış zamanı} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{bekleme zamanı} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{servis zamanı} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sistemde ortalama} \\ \text{bekleme zamanı} \end{array} \right\} = \frac{\sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} i. \text{ müşteri} \\ \text{bekleme zamanı} \end{array} \right\}}{n}$$

Kesikli Olay Benzetimi

- Servisin dolu ve boş zaman yüzdeleri

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Servisin dolu} \\ \text{Zaman Yüzdesi} \end{array} \right\} = \left\{ \frac{\text{Toplam dolu (meşgul) zaman}}{\text{Toplam geçen süre}} \right\} \times 100$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Servisin boş} \\ \text{Zaman Yüzdesi} \end{array} \right\} = 100 - \left\{ \begin{array}{l} \text{Servisin dolu} \\ \text{Zaman Yüzdesi} \end{array} \right\}$$

- Performans ölçüsünün tahmin edilmesinde sistemin durum değişkenlerinin izlenmesi gerekir.

Durum Değişkenleri:

- **Servisin durumu:** Servisin boş veya dolu olması gelen müşterinin servise veya kuyruğa girmesini belirler.
- **Kuyruktaki müşteri sayısı:** Bir servis tamamlandığında kuyruktaki müşteri sayısı servisin yeni durumunu belirler. Kuyrukta müşteri yoksa servis boş duruma geçer. Müşteri varsa, kuyruğun başındaki müşteri servise alınarak servis dolu durumuna geçecektir.

Olaylar:

- **Müşteri varışı (Varış olayı):** Sistemin durumunu değiştirir. Yani, servis boş ise dolu olacak veya kuyruktaki müşteri sayısı 1 artacak.
- **Servisin tamamlanması (Servis olayı – Çıkış olayı):** Sistemin durumunu değiştirir. Servis dolu iken boş olacak ya da kuyruktaki müşteri sayısı 1 azalacak.

El İle Benzetim

- Bu derste bilgisayar yardımı olmaksızın çalıştırılabilen birkaç simülasyon örneği verilmiştir. Bu örnekler size sistem simülasyonu metodolojisini ve beraberinde yapılması gereken analizleri anlamanıza yardımcı olacaktır.

Örnek 1:

Tek bir kasanın bulunduğu küçük bir marketi ele alalım. Müşteriler kasaya gelişleri birbirinden bağımsızdır ve 1-8 dk. arasında kesikli düzgün dağılıma uymaktadır. Servis süreleri ise aşağıdaki tabloda verilen kesikli dağılıma uymaktadır. 20 müşteri için marketin kuyruk sistemini simüle ederek, analiz edin.

X: Müşteri gelişler arasındaki geçen süre (dakika)

X	1	2	3	4	5	6	7	8
P(X=x)	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125

Y: Servis süresi (dakika)

Y	1	2	3	4	5	6
P(X=x)	0,1	0,2	0,3	0,25	0,1	0,05

El İle Benzetim

- Gelişler Arası Sürenin Dağılımı

X (dakika)	F(x)=p(X=x)	F(x)=P(X≤x)	Rassal Sayı(RS)

El İle Benzetim

▪ Gelişler Arası Sürenin Dağılımı

X (dakika)	$f(x)=p(X=x)$	$F(x)=P(X\leq x)$	Rassal Sayı(RS)
1	0.125	0.125	$0\leq RS\leq 0.125$
2	0.125	0.250	$0.125<RS\leq 0.250$
3	0.125	0.375	$0.250<RS\leq 0.375$
4	0.125	0.5	$0.375<RS\leq 0.5$
5	0.125	0.625	$0.5<RS\leq 0.625$
6	0.125	0.750	$0.625<RS\leq 0.750$
7	0.125	0.875	$0.750<RS\leq 0.875$
8	0.125	1	$0.875<RS\leq 1$

El İle Benzetim

▪ Servis Süresinin Dağılımı

Y (dakika)	$f(y)=p(Y=y)$	$F(y)=P(Y\leq y)$	Rassal Sayı

El İle Benzetim

▪ Servis Süresinin Dağılımı

Y (dakika)	F(y)=p(Y=y)	F(y)=P(Y≤y)	Rassal Sayı
1	0.10	0.10	$0 \leq RS \leq 0.10$
2	0.20	0.30	$0.10 < RS \leq 0.30$
3	0.30	0.60	$0.30 < RS \leq 0.60$
4	0.25	0.85	$0.60 < RS \leq 0.85$
5	0.10	0.95	$0.85 < RS \leq 0.95$
6	0.05	1	$0.95 < RS \leq 1$

El İle Benzetim

▪ Gelişler Arası Sürelerin Üretilmesi

Müşteri	Rassal Sayı	Gelişler arası süre	Müşteri	Rassal Sayı	Gelişler arası süre
1	-		11	0.109	
2	0.913		12	0.093	
3	0.727		13	0.607	
4	0.015		14	0.738	
5	0.948		15	0.359	
6	0.309		16	0.888	
7	0.922		17	0.106	
8	0.753		18	0.212	
9	0.235		19	0.493	
10	0.302		20	0.535	

El İle Benzetim

▪ Gelişler Arası Sürelerin Üretilmesi

Müşteri	Rassal Sayı	Gelişler arası süre
1	-	-
2	0.913	8
3	0.727	6
4	0.015	1
5	0.948	8
6	0.309	3
7	0.922	8
8	0.753	7
9	0.235	2
10	0.302	3

Müşteri	Rassal Sayı	Gelişler arası süre
11	0.109	1
12	0.093	1
13	0.607	5
14	0.738	6
15	0.359	3
16	0.888	8
17	0.106	1
18	0.212	2
19	0.493	4
20	0.535	5

El İle Benzetim

▪ Servis Sürelerinin Üretilmesi

Müşteri	Rassal Sayı	Servis süresi
1	0.843	
2	0.101	
3	0.744	
4	0.535	
5	0.178	
6	0.792	
7	0.915	
8	0.670	
9	0.899	
10	0.385	

Müşteri	Rassal Sayı	Servis süresi
11	0.321	
12	0.943	
13	0.795	
14	0.052	
15	0.791	
16	0.844	
17	0.522	
18	0.551	
19	0.302	
20	0.505	

El İle Benzetim

▪ Servis Sürelerinin Üretilmesi

Müşteri	Rassal Sayı	Servis süresi	Müşteri	Rassal Sayı	Servis süresi
1	0.843	4	11	0.321	3
2	0.101	2	12	0.943	5
3	0.744	4	13	0.795	4
4	0.535	3	14	0.052	1
5	0.178	2	15	0.791	4
6	0.792	4	16	0.844	4
7	0.915	5	17	0.522	3
8	0.670	4	18	0.551	3
9	0.899	5	19	0.302	3
10	0.385	3	20	0.505	3

Müşteri	Gelişler arası Süre	Geliş zamanı	Servis Süresi	Servise başlama zamanı	Müşterinin kuyrukta bekleme süresi	Servis Tamamlanma zamanı	Müşterinin Sistemde harcadığı Süre	Sunucunun boş kalma süresi
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
Toplam								

Müşteri	Gelişler arası Süre	Geliş zamanı	Servis Süresi	Servise başlama zamanı	Müşterinin kuyrukta bekleme süresi	Servis Tamamlanma zamanı	Müşterinin Sistemde harcadığı Süre	Sunucunun boş kalma süresi
1	-	0	4	0	0	4	4	0
2	8	8	2	8	0	10	2	4
3	6	14	4	14	0	18	4	4
4	1	15	3	18	3	21	6	0
5	8	23	2	23	0	25	2	2
6	3	26	4	26	0	30	4	1
7	8	34	5	34	0	39	5	4
8	7	41	4	41	0	45	4	2
9	2	43	5	45	2	50	7	0
10	3	46	3	50	4	53	7	0
11	1	47	3	53	6	56	9	0
12	1	48	5	56	8	61	13	0
13	5	53	4	61	8	65	12	0
14	6	59	1	65	6	66	7	0
15	3	62	4	66	4	71	8	0
16	8	70	4	71	1	75	5	0
17	1	71	3	75	4	78	7	0
18	2	73	3	78	5	81	8	0
19	4	77	3	81	4	84	7	0
20	5	82	3	83	1	86	4	0
Toplam	82		69		57		126	17

El İle Benzetim

Performans Ölçümleri

$$\text{ortalama kuyrukta bekleme süresi} = \frac{\text{müşterilerin kuyrukta geçirdiği toplam süre}}{\text{toplam müşteri sayısı}}$$

$$\text{Bekleme olasılığı} = \frac{\text{kuyrukta bekleyen müşteri sayısı}}{\text{toplam müşteri sayısı}}$$

$$\text{Sunucunun boş kalma olasılığı} = \frac{\text{sunucunun toplam boşkalma süresi}}{\text{benzetimin toplam çalışma süresi}}$$

$$\text{Sunucunun Meşgul kalma olasılığı} = 1 - \text{sunucunun boş kalma olasılığı}$$

$$\text{Ortalama servis süresi} = \frac{\text{toplam servis süresi}}{\text{toplam müşteri sayısı}}$$

$$\text{Teorik ortalama servis süresi} = ?$$

El İle Benzetim

Performans Ölçümleri

$$\text{Ortalama gelişler arası süre} = \frac{\text{toplam gelişler arası süre}}{\text{toplam müşteri sayısı} - 1} =$$

İlk müşterinin 0 anında sistemde olduğu varsayımı için

Teorik ortalama gelişler arası süre =?

$$\text{kuyrukta bekleyen bir müşterinin ortalama bekleme süresi} = \frac{\text{toplam kuyruk bekleme süresi}}{\text{kuyrukta bekleyen toplam müşteri sayısı}}$$

$$\text{Müşterinin sistemde geçirdiği ortalama süre} = \frac{\text{müşterinin sistemde geçirdiği toplam süre}}{\text{toplam müşteri sayısı}}$$

El İle Benzetim

Örnek 2:

- Bir Gazete satıcı, gazetelerin tanesini 13 TL alıp 20 TL satmaktadır.
- Gün sonunda satılmadan kalan gazetelere tanesi 2TL den ambalaj kağıdı olarak satılmaktadır.
- Yok satma maliyeti 7TL
- Gazeteler 10'luk desteler halinde alınmaktadır (40,50,60,70,80,90,100).
- Belli bir günde haber yoğunluğu, 0.35 olasılıkla iyi, 0.45 olasılıkla orta ve 0.20 olasılıkla düşük olarak tanımlanmaktadır.
- Talep olasılık dağılımları farklı günler için aşağıda verilmiştir.

Soru: Gazete satıcısının satmak üzere alması gereken en uygun gazete sayısı nedir ? (20 günlük benzetim yaparak belirleyiniz)

$$\text{Kar} = \text{Satış geliri} - \text{Gazete maliyeti} - \text{yok satma maliyeti} + \text{atık kağıt geliri}$$

Talep	Talep olasılık dağılımı		
	iyi	Orta	düşük
40	0.03	0.10	0.44
50	0.05	0.18	0.22
60	0.15	0.40	0.16
70	0.20	0.20	0.12
80	0.35	0.08	0.06
90	0.15	0.04	0.00
100	0.07	0.00	0.00

El ile Benzetim

- Haber yoğunluğu için rassal sayı ataması

Haber yoğunluğu	olasılık	Parçalı olasılık	Rassal sayı ataması

- Talep edilen gazete sayıları için rassal sayı ataması

Talep	Talep olasılık dağılımı								
	iyi			Orta			düşük		
	f(x)	F(X)	RS	f(x)	F(X)	RS	f(x)	F(X)	RS
40	0.03			0.10			0.44		
50	0.05			0.18			0.22		
60	0.15			0.40			0.16		
70	0.20			0.20			0.12		
80	0.35			0.08			0.06		
90	0.15			0.04			0.00		
100	0.07			0.00			0.00		

El ile Benzetim

- Haber yoğunluğu için rassal sayı ataması

Haber yoğunluğu	olasılık	Parçalı olasılık	Rassal sayı ataması
iyi	0.35	0.35	1-35
Orta	0.45	0.80	36-80
düşük	0.20	1.00	81-100

- Talep edilen gazete sayıları için rassal sayı ataması

Talep	Talep olasılık dağılımı								
	iyi			Orta			düşük		
	f(x)	F(X)	RS	f(x)	F(X)	RS	f(x)	F(X)	RS
40	0.03	0.03	1-3	0.10	0.10	1-10	0.44	0.44	1-44
50	0.05	0.08	4-8	0.18	0.28	11-28	0.22	0.66	45-66
60	0.15	0.23	9-23	0.40	0.68	29-68	0.16	0.82	67-82
70	0.20	0.43	24-43	0.20	0.88	69-88	0.12	0.94	83-94
80	0.35	0.78	44-78	0.08	0.96	89-96	0.06	1.00	95-100
90	0.15	0.93	79-93	0.04	1.00	97-100	0.00	1.00	-
100	0.07	1.00	94-100	0.00	1.00	-	0.00	1.00	-

70 adet gazete satın alınması için 20 günlük benzetim tablosu (Gazete maliyeti 70*13=910)

Gün	Gün tipi için rassal sayı	Gün tipi	Talep için rassal sayı	Talep	Satış geliri	Yok satma maliyeti	Atık kağıt geliri	Günlük kar
1	94		80					
2	77		20					
3	49		15					
4	45		88					
5	43		98					
6	32		65					
7	49		86					
8	00		73					
9	16		24					
10	24		60					
11	31		60					
12	14		29					
13	41		18					
14	61		90					
15	85		93					
16	08		73					
17	15		21					
18	97		45					
19	52		76					
20	78		96					
Toplam								

70 adet gazete satın alınması için 20 günlük benzetim tablosu (Gazete maliyeti 70*13=910)

Gün	Gün tipi için rassal sayı	Gün tipi	Talep için rassal sayı	Talep	Satış geliri	Yok satma maliyeti	Atık kağıt geliri	Günlük kar
1	94	düşük	80	60	1200	-	20	310
2	77	Orta	20	50	1000	-	40	130
3	49	Orta	15	50	1000	-	40	130
4	45	Orta	88	70	1400	-	-	490
5	43	Orta	98	90	1400	140	-	350
6	32	iyi	65	80	1400	70	-	420
7	49	Orta	86	70	1400	-	-	490
8	00	düşük	73	60	1200	-	20	310
9	16	iyi	24	70	1400	-	-	490
10	24	iyi	60	80	1400	70	-	420
11	31	iyi	60	80	1400	70	-	420
12	14	iyi	29	70	1400	-	-	490
13	41	Orta	18	50	1000	-	40	130
14	61	Orta	90	80	1400	70	-	420
15	85	düşük	93	70	1400	-	-	490
16	08	iyi	73	80	1400	70	-	420
17	15	iyi	21	60	1200	-	20	310
18	97	düşük	45	50	1000	-	40	130
19	52	Orta	76	70	1400	-	-	490
20	78	Orta	96	80	1400	70	-	420
Toplam					25800	560	220	7260